федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский государственный университет нефти и газа
(национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина»
(РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина)

Центр довузовской подготовки

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

материалов для проведения теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» в номинации «*Кадетский класс*»
по направлению «Защита населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера (МЧС)»,
«Современное вооружение и техника Вооруженных Сил Российской Федерации (Воздушно-космические силы – ВКС, Сухопутные войска – СВ, ПВО, Ракетные войска стратегического назначения – РВСН, Военно-морской флот – ВМФ)»

Авторы:
Стоколос О.А., доцент кафедры органической химии и химии нефти;
Филиппова Л. Б., ст. преподаватель кафедры физики;
Фридлянд А. М., доцент кафедры автоматизированных систем управления;
Фоменко Н. А., доцент кафедры высшей математики.

МОСКВА 2024

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

1. Структура экзаменационной работы теоретической части
2. План конкурсных материалов для проведения теоретического этапа Конкурса
3. Демонстрационный вариант конкурсных заданий *теоретического* этапа Конкурса
4. ФИЗИКА.
   4.1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ (к задаче 2)
   4.2 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ
   4.3ТИПОВЫЕ ОШИБКИ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ
5. ИНФОРМАТИКА
   5.1ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ (к задаче 4)
   5.2 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ
   5.3 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ (к задаче 6)
   5.4ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ
6. МАТЕМАТИКА
   6.1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ (к задаче 8)
   6.2 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ
   6.3 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ (к задаче 9)
   6.4 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ
   6.5 ТИПОВЫЕ ОШИБКИ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

Введение

Данные методические рекомендации предназначены для выполнения конкурсных заданий по физике, информатике и математике для теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» в номинации «Кадетский класс». Рассматривается необходимый теоретический минимум для решения конкурсных задач в соответствии с разделами уникального кодификатора конкурса и тематических разделов школьного курса по дисциплинам физика, информатика и математика.

В методических указаниях приведен план конкурсных материалов для проведения теоретического этапа Конкурса, демонстрационный вариант Конкурса и разбор решения задач из демонстрационного варианта.

1. Структура экзаменационной работы теоретической части

Индивидуальный вариант участника формируется автоматически из базы материалов и состоит из 10 заданий базового и повышенного уровня сложности. В работе имеются задания с кратким ответом (КО) и задания с выбором одного ответа (ВО) из нескольких предложенных. Каждое задание оценивается в 5, 6 или 7 баллов, в зависимости от уровня сложности. Максимально возможный балл за теоретический этап – 60 баллов. Для решения заданий можно использовать калькулятор и таблицу физических постоянных. Задание считается выполненным, если ответ участника совпал с эталоном. Участник может изменить свой ответ в процессе выполнения работы путём удаления и сохранения нового ответа к заданию. Для получения максимального балла за теоретический этап Конкурса необходимо дать верные ответы на все задания.

2. План конкурсных материалов для проведения теоретического этапа Конкурса

№ задания	Выбор задания для решения	Уровень сложности	*Уникальные кодификаторы Конкурса*	Контролируемые требования к проверяемым умениям	Балл
2	*КО*	*базовый*	**Физика** 4.1.8 Электроёмкость. Конденсатор. Электроёмкость плоского конденсатора. Энергия заряженного конденсатора (10 класс)	***Знать:*** определение электроёмкости, электроёмкости плоского конденсатора, формулы энергии плоского конденсатора ***Уметь:*** определять электроёмкость системы конденсаторов при их различных соединениях, рассчитывать энергию плоского конденсатора	6
4	*КО*	повышен-ный	**Информатика** 3.1 Принципы построения компьютерных сетей. Сетевые протоколы. Адресация в сети Интернет (11 класс)	**Знать:** принципы построения компьютерных сетей. **Уметь:** использовать маски подсетей для разбиения IP-сети на подсети**.**	7
6	*КО*	базовый	**Информатика** 1.1 Алгоритмические конструкции и их запись на выбранном языке программирования. Разработка и программная реализация алгоритмов решения типовых задач базового уровня из различных предметных областей. (11 класс)	**Знать:** алгоритмы анализа записи чисел в позиционной системе счисления **Уметь:** анализировать циклические алгоритмы для исполнителя.	5
8	*ВО*	базовый	**Математика** 1.4 Статистика и теория вероятностей (10 класс)	**Знать:** понятия: вероятность событий, сумма и произведение вероятностей; формулы комбинаторики, сложения и умножения вероятностей, полной вероятности. **Уметь:** находить вероятность наступления случайного	5

				события, а также комбинации независимых событий, с использованием формул комбинаторики, сложения и умножения вероятностей, полной вероятности.	
10	*КО*	повышен-ный	**Математика** 1.1 Числа и выражения (11 класс)	**Знать:** понятия: натуральные, целые, рациональные числа; обыкновенные и десятичные дроби; долей, частей, процентов и модулей чисел; свойства чисел и систем счисления; признаки делимости целых чисел. **Уметь:** сравнивать числа разными способами; использовать признаки делимости целых чисел; разложить числа на простые множители для решения задач.	7
				Сумма баллов:	**30**

3. Демонстрационный вариант конкурсных заданий *теоретического* этапа Конкурса

Пример состава задания теоретического этапа Конкурса.

Формулировка заданий.

2. Система состоит из двух плоских конденсаторов одинакового размера, соединённых параллельно. Зарядив конденсаторы до 150 В, систему отключили от источника напряжения. Один конденсатор содержит стеклянную пластинку, которая целиком заполняет зазор между его обкладками. Второй конденсатор пуст. Стеклянную пластину медленно извлекают из конденсатора. Какую работу (в мДж) при этом нужно совершить? Диэлектрическая проницаемость стекла 2. Ёмкость пустого конденсатора 4 мкФ. Индуктивностью проводов пренебречь.

   Ответ: 67,5 мДж.

4. Для компьютера P с IP-адресом 157.71.103.85 третий слева байт маски равен 248. Сколько компьютеров в этой сети имеют номер, не превышающий номера компьютера P? В ответе укажите только число.

   Ответ: 1877

6. На печать в результате выполнения фрагмента алгоритма, записанного на псевдокоде:

```
n := x
нц пока n <> 0
|     вывод ( 2+ mod (n,10 ) );
|     n := div (n,10)
кц
```

   была выведена строка 117115. Функции mod(n,k) и div(n,k) возвращают остаток от деления n на k и результат целочисленного деления n на k (n и k – целые).

   Какое значение имела переменная x перед выполнением этого фрагмента алгоритма?

   Ответ: 3959

8. К новому учебному году в школе с номером N решили обновить парты. Подрядчик предложил половину парт купить на заводе Вавилон, а вторую половину на заводе Оазис. Завод Вавилон выпускает 98% качественных парт, а завод Оазис - 96%. Какова вероятность, что 1 сентября Матвею достанется испорченная парта?

   1) 0,3 2) 0,97 3) 0,9 4) 0,03

Ответ: 4

10. В пункт ПВЗ Wildberries для магазина одежды и обуви Lady Style доставлен груз: 11 коробок с одеждой весом по 7 кг каждая и 80 коробок с обувью весом по 2 кг каждая. Магазин запросил доставку курьером. Сколько поездок должен совершить курьер, если за раз он может взять не больше 10 кг?

    Ответ: 25.

Разберем задачи последовательно по нумерации и по предметам.

4. ФИЗИКА.

4.1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ к разделу 4.1.8 Электроёмкость. Конденсатор. Электроёмкость плоского конденсатора. Энергия заряженного конденсатора ***(задача 2)***.

Электроемкость удлиненного проводника.

Уединенным проводником называют проводник, удаленный от других проводников, тел и зарядов.

Потенциал уединенного проводника прямо пропорционален его заряду. Разные проводники, будучи одинаково заряженными, принимают различные потенциалы. Для уединенного проводника можно записать следующее соотношение:

$$q = C\varphi \quad (1)$$

где С – коэффициент пропорциональности.

Величина $C = \frac{q}{\varphi}$ (2) называется электроемкостью (или просто емкостью) уединенного проводника. Емкость уединенного проводника зависит от его размеров, формы, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника.

Единица измерения электроемкости – фарад. Фарад – это емкость проводника, потенциал которого изменяется на 1В при сообщении ему заряда 1 Кл. [С] = 1 Фарад = 1Кл /В.

Конденсаторы. Виды конденсаторов.

Уединённые проводники имеют малую электроемкость. Система проводников обладает значительно большей емкостью. В жизни необходимы устройства, обладающие способностью накапливать значительный по величине заряд. Такие устройства называются **конденсаторами.** Они обладают способностью при малых размерах и небольших, относительно окружающих тел потенциалах, накапливать значительные по величине заряды. Простейший конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных между собой диэлектриком (Рис 1).

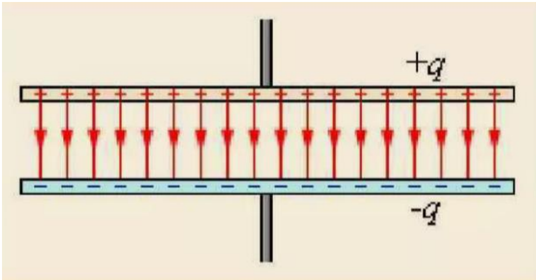


Рис.1

На обкладках находятся заряды противоположные по знаку, но равные по величине. Расстояние между обкладками конденсатора намного меньше его линейных размеров.

Для того, чтобы исключить влияние окружающих тел на электроемкость, проводникам придают такую форму, чтобы поле, было сосредоточено в узком зазоре между пластинами конденсатора. Такому условию отвечают:

1) две плоские пластины (Рис. 2, Рис. 3);

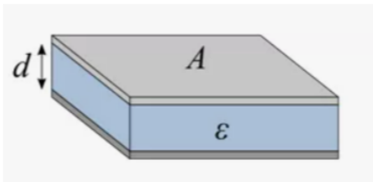


Рис. 2 Рис. 3

Такие конденсаторы называются плоскими

2) два коаксиальных цилиндра (Рис. 4, Рис. 5);

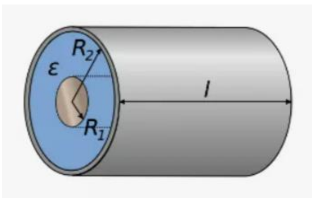


Рис. 4 Рис. 5

Такие конденсаторы называются цилиндрическими

3) две концентрические сферы (Рис. 6, Рис. 7);

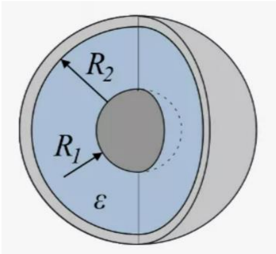


Рис. 6 Рис. 7

Такие конденсаторы называются сферическими.

Емкость плоского конденсатора

Под емкостью конденсатора понимается физическая величина равная отношению заряда q накопленного на обкладке конденсатора к разности потенциалов между его обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_{+} - \varphi_{-}} \quad (3)$$

Так как поле сосредоточено внутри конденсатора, то линии напряженности начинаются на одной обкладке и заканчиваются на другой. Свободные заряды, возникающие на разных обкладках, равны по модулю, но противоположны по знаку.

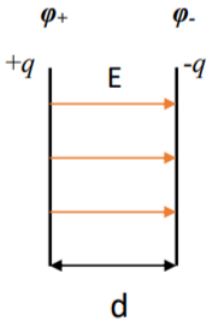


Рис. 8

Рассмотрим плоский конденсатор, состоящий из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на расстоянии d друг от друга и имеющих заряды +q и -q. Если расстояние между пластинами мало по сравнению с их линейными размерами, то краевыми эффектами можно пренебречь и поле между обкладками можно считать однородным (d<<l).

Напряженность поля внутри конденсатора с диэлектриком:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0} \qquad (4)$$

Разность потенциалов между обкладками:

$$\varphi_+ - \varphi_- = \mathrm{Ed} = \frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S} \qquad (5)$$

Электроемкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{q}{\varphi_+ - \varphi_-} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \mathrm{S}}{\mathrm{d}} \qquad (6)$$

Соединение конденсаторов

Для увеличения электроемкости и варьирования её возможных значений конденсаторы объединяют в батареи, при этом используют их параллельное и последовательное соединения.

При **последовательном соединении**, конденсаторы подключают таким образом, что только первый и последний конденсатор подключены к источнику ЭДС тока одной из своих пластин. Заряд одинаков на всех пластинах, но внешние заряжаются от источника, а внутренние образуются только за счет разделения зарядов, ранее нейтрализовавших друг друга. При этом заряд конденсаторов в батарее меньше, чем, если бы каждый конденсатор подключался бы отдельно. Следовательно, и общая емкость батареи конденсаторов меньше.

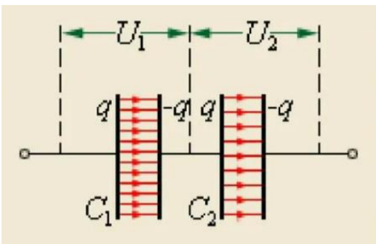


Рис. 9

Напряжение на данном участке цепи соотносятся следующим образом:

$$U = U_1 + U_2 \ (7)$$

Зная, что напряжение конденсатора можно представить через заряд и емкость, запишем:

$$\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$$

Сократив выражение на q, получим:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (8)$$

Если в батарею соединяются n конденсаторов, то:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (9)$$

При **параллельном соединении** конденсаторов напряжение на обкладках одинаковое, а заряды разные.

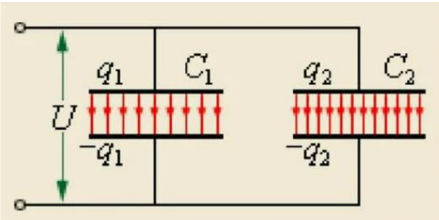


Рис. 10

Величина общего заряда, полученного конденсаторами, равна сумме зарядов всех параллельно подключенных конденсаторов. В случае батареи из двух конденсаторов:

$$q = q_1 + q_2 \ (10)$$

Так как заряд конденсатора $q = CU$, напряжения на каждом из конденсаторов равны, получаем следующее выражение для эквивалентной емкости двух параллельно соединенных конденсаторов:

$$CU = C_1U + C_2U$$

$$C = C_1 + C_2 \quad (11)$$

Если в батарею соединяются n конденсаторов, то:

$$C = C_1 + \dots + C_n \quad (12)$$

Энергия конденсатора

Энергия заряженного конденсатора равна работе внешних сил, которую необходимо затратить, чтобы зарядить конденсатор. Процесс зарядки конденсатора можно представить как последовательный перенос достаточно малых порций заряда $\Delta q > 0$ с одной обкладки на другую (Рис. 11).

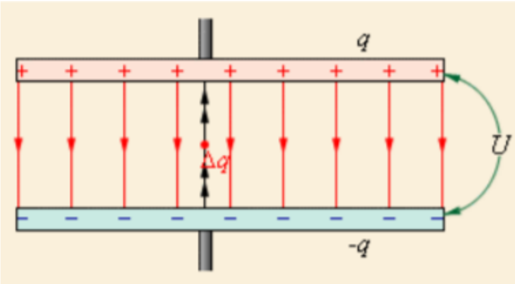


Рис. 11

При этом одна обкладка постепенно заряжается положительным зарядом, а другая – отрицательным. Поскольку каждая порция переносится в условиях, когда на обкладках уже имеется некоторый заряд q, а между ними существует некоторая разность потенциалов:

$$U = \frac{q}{C}$$

При переносе каждой порции dq внешние силы должны совершить работу:

$$dA = U dq = \frac{q}{C} dq$$

Энергия W конденсатора емкости C, заряженного зарядом q, может быть найдена путем интегрирования этого выражения в пределах от 0 до Q:

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Если воспользоваться соотношением Q = CU, то можно переписать формулу, выражающую энергию заряженного конденсатора в другой эквивалентной форме:

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2} \quad (13)$$

Электрическую энергию W следует рассматривать как потенциальную энергию, запасенную в заряженном конденсаторе. По современным представлениям, электрическая энергия конденсатора локализована в пространстве между обкладками конденсатора, то есть в электрическом поле. Поэтому ее называют энергией электрического поля.

4.1 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Разбор задачи 2: Система состоит из двух плоских конденсаторов одинакового размера, соединённых параллельно. Зарядив конденсаторы до 150 В, систему отключили от источника напряжения. Один конденсатор содержит стеклянную пластинку, которая целиком заполняет зазор между его обкладками. Второй конденсатор пуст. Стеклянную пластину медленно извлекают из конденсатора. Какую работу (в мДж) при этом нужно совершить? Диэлектрическая проницаемость стекла 2. Ёмкость пустого конденсатора 4 мкФ. Индуктивностью проводов пренебречь.

Ответ: 67,5 мДж

Дано: U = 150 В, $\varepsilon = 2$, $C_0 = 4$мкФ

Найти: A -?

Решение: Переведем единицы измерения в СИ:

$$C_0 = 4\text{мкФ} = 4\cdot10^{-6}\ \text{Ф}$$

Работа равна изменению энергии:

$$A = \Delta W = W_2 - W_1$$

Так как система отключена от источника напряжения, то q = const. Следовательно, для расчета энергии конденсатора будем пользоваться формулой $W = \frac{Q^2}{2C}$.

Тогда: $$A = \frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right),$$

где C_1 - общая электроемкость системы конденсаторов до извлечения пластины, где C_2 - общая электроемкость системы конденсаторов после извлечения пластины.

Подставив формулу Q = C_1U в выражение для работы, получим:

$$A = \frac{C_1^2 U^2}{2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right)$$

Найдем электроемкости C_1 и C_2:

$$C_1 = C_0 + C,$$

$$C_2 = C_0 + C_0 = 2C_0,$$

где C_0 - электроемкость одного пустого конденсатора.

Из формулы емкости плоского конденсатора:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d},$$

тогда: $$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} = \varepsilon C_0 .$$

Получим: $$C_1 = C_0(1 + \varepsilon)$$

$$A = \frac{(1+\varepsilon)^2 C_0^2 U^2}{2}\left(\frac{1}{2C_0} - \frac{1}{(1+\varepsilon)C_0}\right)$$

Далее, выполняя математические преобразования, получим расчетную формулу:

$$A = \frac{(\varepsilon^2 - 1)C_0 \quad U^2}{4}$$

Подставим имеющиеся данные:

$$A = \frac{(2^2 - 1)4\cdot10^{-6} \quad 150^2}{4} = 0{,}0675 \text{ Дж}$$

Переведем полученный результат в мДж:

А=67,5 мДж

Ответ: 67,5 мДж

4.2 ТИПОВЫЕ ОШИБКИ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ

При решении задачи возможно возникновение ряда характерных ошибок:

1) Перевод данных в СИ;

2) Ошибки вычислений;

3) Ошибки при фиксации результатов.

Ошибки возникают при неправильном переводе заданных физических величин в СИ.

Ошибки вычислений возникают подстановке в расчетную формулу ошибочных данных (Ошибка 1), а так же при неверных преобразованиях алгебраических выражений и арифметических операций над числами.

Ошибки при фиксации результатов могут возникнуть при выполнении требования представления конечного ответа в мДж.

Для недопущения подобных ошибок рекомендуется быть внимательным.

5. ИНФОРМАТИКА.

5.1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ к разделу 3.1 Принципы построения компьютерных сетей. Сетевые протоколы. Адресация в сети Интернет ***(задача 4)***.

Задание проверяет знание принципов построения компьютерных сетей и умение использовать маски подсетей для разбиения IP-сети на подсети.

Компьютерная сеть — это группа (два и более) компьютеров, соединенных каналами передачи данных.

Набор правил, позволяющий осуществлять соединение и обмен данными между двумя и более включёнными в сеть компьютерами, называется сетевым протоколом.

Каждый компьютер (узел) в компьютерной сети, построенной по протоколу IP, имеет уникальный сетевой адрес узла - IP-адрес (сокращение от английского Internet Protocol Address).

IP адрес представляет собой 32-разрядное двоичное число, для удобства использования разбитое на 4 участка по 8 бит. Каждая 8-битовая комбинация разрядов «сворачивается» в десятичное число из интервала от 0 до 255 и полученные числа отделяются друг от друга точками, например:

11001111100110100011101101111101 → 207.154.59.125

При подключении компьютера к сети в параметрах настройки протокола TCP/IP (Transmission Control Protocol — протокол управления передачей) кроме IP-адреса компьютера должна быть указана еще и маска сети. Она предназначена для выделения в IP-адресе узла сети двух его составляющих – адреса подсети и адреса узла в этой подсети (аналогично схеме «номер дома – номер квартиры в доме» в почтовых адресах) и имеет следующую структуру:

Номер разряда	1	2	…	k-1	k	k+1	…	31	32
Значение разряда	1	1	…	1	1	0		0	0
		Адрес подсети				Адрес узла в подсети			

Адрес узла в подсети не может состоять только из нулей (тогда IP адрес является маской сети) или только из единиц (тогда получим так называемый широковещательный адрес или место для маршрутизации сообщений, отправляемых на каждое устройство в сети)

Базовые алгоритмы по теме

Алгоритм вычисления адреса (номера) компьютера в подсети:

1. Перевести каждое из чисел в маске и IP-адресе в двоичную систему (следует запомнит, что $255_{10} = 11111111_2$)
2. Отсчитать в маске сети количество нулевых разрядов.
3. Отсчитать такое же количество последних разрядов в IP-адресе и перевести полученное число в десятичную систему.

Пример:

Если маска подсети 255.255.255.224 и IP-адрес компьютера в сети 162.198.0.157, то порядковый номер компьютера в подсети равен _____.

Решение:

255.255.255.224 → 11111111.11111111.11111111.111$\underline{\underline{00000}}$

162.198.0.157 → 10100010.11000110.00000000.100$\underline{\underline{11101}}$

$11101_2 = 29$

***Ответ*: 29**

Алгоритм вычисления адреса подсети:

1. Перевести каждое из чисел в IP-адресе и маске в двоичную систему.
2. Выполнить поразрядную конъюнкцию IP-адреса и его маски.
3. Перевести каждый из чисел результата в десятичную систему.

Пример:

Если маска подсети 255.255.255.224 и IP-адрес компьютера в сети 162.198.0.157, то адрес подсети равен _____.

Решение:

255.255.255.224 → 11111111.11111111.11111111.11100000

∧

162.198.0.157 → 10100010.11000110.00000000.10011101

10100010.11000110.00000000.10000000 → 162.198.0.128

Ответ: 162.198.0.128

5.2 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Разбор задачи 4. Для компьютера Р с IP-адресом 157.71.103.85 третий слева байт маски равен 248. Сколько компьютеров в этой сети имеют номер, не превышающий номера компьютера Р? В ответе укажите только число.

Решение:

Из условия понятно, что маска сети – 255.255.248.0, причем с учетом того, что 248 = 11111000_2, выясняем, что на адрес узла выделяется 11 разрядов (3 из 3-го байта и 8 – из 4-го байта IP-адреса компьютера Р).

3-й байт IP-адреса компьютера Р имеет вид 103 = 01100111_2, его последние 3 разряда равны 111_2.Присоединяя к ним 4-й байт IP-адреса 85 = 01010101_2, получим 11101010101_2 = 1877.

Условию $0 < x \leq 1877$ удовлетворяет 1877 натуральных чисел.

***Ответ*: 1877**

По этой теме желательно разобрать следующие задания:

- → Для узла с IP-адресом А.Б.В.Г адрес сети равен П.Р.С.Т. Укажите наибольшее возможное значение последнего (самого правого) байта маски этой сети. Ответ запишите в виде десятичного числа
- → Для узла с IP-адресом А.Б.В.Г третий слева байт маски равен 240. Чему равен третий байт адреса сети для этого узла?
- → Два узла, находящиеся в одной сети, имеют IP-адреса А.Б.В1.Г1 и А.Б.В2.Г2. Укажите наибольшее возможное значение третьего слева байта маски сети. Ответ запишите в виде десятичного числа.

- → Узлы с IP-адресами А.Б.В1.Г1 и А.Б.В2.Г2. находятся в разных сетях. Укажите наименьшее возможное значение третьего слева байта маски этой сети. Ответ запишите в виде десятичного числа.
- → Узлы с IP-адресами А.Б.В1.Г1. и А.Б.В2.Г2. находятся в разных сетях, маски которых одинаковы. Укажите наименьшее возможное значение третьего слева байта этой маски. Ответ запишите в виде десятичного числа.

5.3 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ к разделу 1.1 Алгоритмические конструкции и их запись на выбранном языке программирования. Разработка и программная реализация алгоритмов решения типовых задач базового уровня из различных предметных областей (***задача 6***).

Задание 6 проверяет знание алгоритмов анализа записи чисел в позиционной системе счисления и умение анализировать циклические алгоритмы для исполнителя

Для решения задач, связанных с последовательной обработкой цифр натурального числа, обычно применяются действия «остаток от деления нацело» и «деление нацело», реализованные в разных языках программирования как функции или операции. Первая из них позволяет получить значение цифры единиц (крайней справа в записи числа) и обработать её нужным образом, а вторая – удалить последнюю цифру из записи числа, тем самым подготавливая переход к обработке следующей цифры. Типичные примеры задач, где используется такой подход:

- → Найти сумму (произведение) цифр натурального числа n (в частности, - удовлетворяющих заданному условию);
- → Найти максимальное (минимальное) значение среди цифр натурального числа n;
- → Найти количество ***различных*** цифр в записи натурального числа n

→ Найти количество цифр натурального числа n, удовлетворяющих заданному условию (четных, нечетных, кратных 3, меньших 6 и т.п);

→ Записать натуральное число n справа налево (123 → 321);

→ Найти совершенные числа (равные сумме своих делителей) и т.п.

Решение подобных задач проще всего строить с помощью алгоритмов, использующих конструкцию «повторение с предусловием» (реализуется оператором цикла «пока»).

5.4 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

Разбор задачи 6. На печать в результате выполнения фрагмента алгоритма, записанного на псевдокоде:

```
n := x
нц пока n <> 0
|     вывод ( 2+ mod (n,10 ) );
|     n := div (n,10)
кц
```

была выведена строка 117115. Функции mod(n,k) и div(n,k) возвращают остаток от деления n на k и результат целочисленного деления n на k (n и k – целые). Какое значение имела переменная x перед выполнением этого фрагмента алгоритма?

Решение:

На каждой итерации алгоритма выводится увеличенное на 2 значение ***самой правой*** цифры числа n, после чего обработанная цифра удаляется из записи числа n. Процесс завершается, когда будут обработаны все цифры с последней до первой.

Поэтому для определения исходного значения n достаточно разбить строку выведенных цифр на корректные части, уменьшить каждое из полученных чисел на 2 и записать в обратном порядке как цифры искомого ответа:

117115 → 11 7 11 5 → 9 5 9 3 → 3 9 5 9 → 3959.

Ответ: 3959

По этой теме желательно разобрать следующие задания:

→ Приведенный ниже алгоритм, получая на вход натуральное число x, печатает число R. Укажите такое число x, при вводе которого алгоритм печатает двузначное число, сумма цифр которого равна 16. Если таких чисел x несколько, укажите наименьшее из них.

```
алг
нач
|    цел x, d, R
|    ввод x
|    R := 0
|    нц пока x>0
|    |    d := mod(x, 10)
|    |    R := 10*R + d
|    |    x := div(x, 10)
|    кц
|    вывод R
кон
```

→ Приведенный ниже алгоритм, получая на вход число x, печатает два числа: a и b. Укажите наименьшее из таких чисел x, при вводе которых алгоритм печатает сначала 2, а потом 15.

```
алг
нач
|    цел x, a, b
|    ввод x
|    a:=0; b:=1
|    нц пока x>0
|    |    a:=a+1
|    |    b:=b*mod(x,10)
|    |    x:=div(x,10)
|    кц
|    вывод a, нс, b
кон
```

6. МАТЕМАТИКА

6.1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ к разделу 1.4 Статистика и теория вероятностей (***задача 8***).

Любая точная наука изучает не сами явления, протекающие в природе, в обществе, а их математические модели, т. е. описание явлений при помощи набора строго определенных символов и операций над ними. При этом для построения математической модели реального явления во многих случаях достаточно учитывать только основные факторы, закономерности, которые позволяют предвидеть результат опыта (наблюдения, эксперимента) по его заданным начальным условиям. Однако есть множество задач, для решения которых приходится учитывать и случайные факторы, придающие исходу опыта элемент неопределенности.

Теория вероятностей - математическая наука, изучающая закономерности, присущие массовым случайным явлениям. При этом изучаемые явления рассматриваются в абстрактной форме, независимо от их конкретной природы. То есть теория вероятностей рассматривает не сами реальные явления, а их упрощенные схемы - математические модели. Предметом теории вероятностей являются математические модели случайных явлений (событий). При этом под **случайным явлением** понимают явление, предсказать исход которого невозможно (при неоднократном воспроизведении одного и того же опыта оно протекает каждый раз несколько по-иному). Примеры случайных явлений: выпадение герба при подбрасывании монеты, выигрыш по купленному лотерейному билету, результат измерения какой-либо величины, длительность работы телевизора и т. п. Цель теории вероятностей - осуществление прогноза в области случайных явлений, влияние на ход этих явлений, контроль их, ограничение сферы действия случайности. В настоящее время нет практически ни одной области науки, в которой в той или иной степени не применялись бы вероятностные методы.

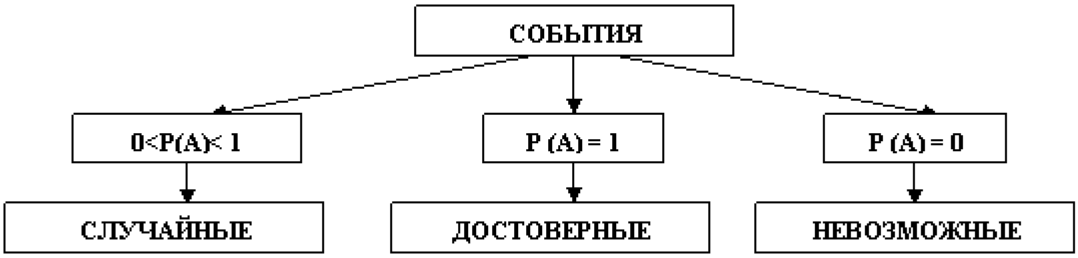
Случайным событием (или просто: событием) называется любой исход опыта, который может произойти или не произойти. События обозначаются, как правило, заглавными буквами латинского алфавита: A, B, C, ...

Если появление одного события в единичном испытании исключает появление другого, такие события называются **несовместными**. Если при рассмотрении группы событий может произойти только одно из них, то его называют **единственно возможным**. Наибольшее внимание математиков в течение нескольких столетий привлекают **равновозможные события** (выпадение одной из граней кубика).

Примеры: а) при подбрасывании игральной кости пространство элементарных событий П состоит из шести точек: П={1,2,3,4,5,6}; б) подбрасываем монету два раза подряд, тогда П={ГГ, ГР, РГ, РР}, где Г - «герб», Р - «решетка» и общее число исходов (мощность П) |П| = 4; в) подбрасываем монету до первого появления «герба», тогда П={Г, РГ, РРГ, РРРГ,...}. В этом случае П называется дискретным пространством элементарных событий.

Суммой двух событий A и B называется событие C=A+B, состоящее в выполнении события A или события B. **Произведением событий A и B** называется событие D=A·B, состоящее в совместном исполнении события A и события B. Противоположным по отношению к событию A называется событие $\overline{A}$, состоящее в непоявлении A и, значит, дополняющее его до П. Если каждое появление события A сопровождается появлением B, то пишут $A \subset B$ и говорят, что A предшествует B или A влечет за собой B.

Исторически первым определением понятия вероятности является то определение, которое в настоящее время принято называть классическим, или, классической вероятностью: **классической вероятностью** события A называется отношение числа благоприятных исходов (обязательно наступивших) к общему числу несовместных единственно возможных и равновозможных исходов: P(A) = m/n, где m – число исходов, благоприятных для события А; n- общее число несовместных единственно возможных и равновозможных исходов. С точки зрения значения случайности все события можно классифицировать следующим образом:



Несколько событий называются **совместными**, если появление одного из них в единичном испытании не исключает появления других событий в этом же испытании. В противном случае события называются **несовместными**.

Два события называются зависимыми, если вероятность одного события зависит от появления или непоявления другого. Два события называются **независимыми**, если вероятность одного события не зависит от появления или непоявления другого. Несколько событий называются независимыми в совокупности, если каждое из них и любая комбинация остальных событий есть события независимые. Несколько событий называются попарно независимыми, если любые два из этих событий независимы.

Требование независимости в совокупности сильнее требования попарной независимости. Это значит, что несколько событий могут являться попарно независимыми, но при этом они не будут независимыми в совокупности. Если же несколько событий независимы в совокупности, то из этого следует их попарная независимость. В связи с тем, что в дальнейшем часто нужно будет рассматривать вероятности одних событий в зависимости от появления или непоявления других, то необходимо ввести еще одно понятие.

Условной вероятностью P(B/A) называется вероятность события В, вычисленная при условии, что событие А уже произошло.

Формула полной вероятности и формула Байеса. Пусть рассматривается полная группа событий $H_1, H_2, \dots H_n$ (попарно несовместные, которые называются гипотезами), и если событие A может наступить только при появлении одной их этих гипотез, то вероятность события A вычисляется по **<u>формуле полной вероятности:</u>**

$$P(A) = P(H_1)\,P(A\,|\,H_1) + P(H_2)\,P(A\,|\,H_2) + \cdots + P(H_n)\,P(A\,|\,H_n),$$

или

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i)\,P(A\,|\,H_i),$$

где $P(H_i)$ – вероятность гипотезы H_i, $\left(\sum_{i=1}^{n} P(H_i) = 1\right)$.

Пример.

Для приема зачета преподаватель заготовил 50 задач: 20 задач по дифференциальному исчислению, 30 задач по интегральному исчислению.

Для сдачи зачета студент должен решить первую же наудачу

доставшуюся задачу. Какова вероятность для студента сдать зачет, если он умеет решать 18 задач по дифференциальному исчислению и 15 задач по интегральному исчислению?

Решение.

1. Способ (по формуле).

Пусть событие А – студент сдал зачет. Сформулируем гипотезы:

H_1 – получил задачу по дифференциальному исчислению;

H_2 – получил задачу по интегральному исчислению;

$\mathrm{P(H_1)} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$; $\mathrm{P(H_2)} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$; $\sum \mathrm{P(H_i)} = 1$

$\mathrm{P(A|H_1)} = \frac{18}{20} = 0{,}9,$ $\mathrm{P(A|H_2)} = \frac{15}{30} = 0{,}5,$

по формуле полной вероятности9

P(A) = P(H₁) P(A|H₁) + P(H₂) P(A|H₂) $= \frac{2}{5} \cdot \frac{9}{10} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}66.$

2. Способ (построить схему).

<u>Студент сдал зачет</u>

или

получил задачу по дифференциальному исчислению

$P(H_1) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$

и

сдал

$P(A|H_1) = \frac{18}{20} = 0{,}9$

получил задачу по интегральному исчислению

$P(H_2) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

и

сдал

$P(A|H_2) = \frac{15}{30} = 0{,}5$

$$P(A) = \frac{2}{5} \cdot \frac{9}{10} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}66.$$

Следствием теоремы умножения и формулы полной вероятности является так называемая теорема гипотез, или формула Бейеса. Надо найти теперь условные вероятности $P(H_i|A)$ для каждой из гипотез, которые вычисляются по **формуле Бейеса**:

$$P(H_i \mid A) = \frac{P(H_i)\,P(A|H_i)}{\sum\limits_{i=1}^{n} P(H_i)\,P(A|H_i)}.$$

Формула Байеса дает возможность переоценить вероятности гипотез с учетом уже известного результата опыта.

Пример.

Два стрелка независимо один от другого стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка 0,8 а для второго 0,4. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что эта пробоина принадлежит первому стрелку.

Решение.

Пусть событие А – мишень поражена первым стрелком.

Рассмотрим следующие гипотезы:

H_1 – оба стрелка не попали;

H_2 – попали оба стрелка;

H_3 – первый стрелок попал, второй стрелок не попал;

H_4 – второй стрелок попал, первый стрелок не попал.

Найдем вероятности гипотез:

$P(H_1) = 0{,}2 \cdot 0{,}6 = 0{,}12$, $P(H_2) = 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 0{,}32$, $P(H_3) = 0{,}8 \cdot 0{,}6 = 0{,}48$,

$P(H_4) = 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08$. $\sum P(H_i) = 1$.

Найдем условные вероятности события А

$P(A|H_1) = 0$, $P(A|H_2) = 0$, $P(A|H_3) = 1$, $P(A|H_4) = 1$.

Найдем вероятность, что мишень поражена первым стрелком

$P(H_3|A) = \frac{0.48\cdot 1}{0.48\cdot 1+0.08\cdot 1} = \frac{6}{7}$, $P(H_4|A) = \frac{0.08\cdot 1}{0.48\cdot 1+0.08\cdot 1} = \frac{1}{7}$.

Пример.

В урне лежит шар неизвестного цвета, с равной вероятностью белый или черный. В урну опустили один белый шар и тщательно перемешали. Наудачу извлекли один шар. Он оказался белым. Какова вероятность, что в урне остался белый шар?

Решение.

Пусть событие А – в урне лежит белый шар.

Рассмотрим следующие гипотезы:

H_1 –лежит белый шар;

H_2 –лежит черный шар.

Найдем вероятности гипотез:

$P(H_1) = 0{,}5$; $P(H_2) = 0{,}5$.

Условные вероятности события А:

$P(A|H_1) = 1$; $P(A|H_2) = \frac{1}{2}$.

По формуле Бейеса находим:

$P(H_1|A) = \frac{0.5\cdot 1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}} = \frac{2}{3}$.

Повторение опытов. Если производится n независимых опытов в одинаковых условиях, причем в каждом из них с вероятностью p происходит событие A, т о вероятность $P_n(m)$ того, что событие A произойдет в этих n опытах ровно m раз, выражается формулой:

$$P_n(m) = C_n^m p^n q^{n-m},$$

где $q = 1 - p$ $(m = 0,1,2,\dots n)$, которая называется **формулой Бернулли**.

Вероятность появления хотя бы одного события A при n независимых опытах в одинаковых условиях равна $1 - q^n$.

Вероятность того, что событие наступит а) менее k раз; б) более k раз; в) не менее k раз; г) не более k раз находим соответственно, но формулам:

а) $P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(k-1)$;

б) $P_n(k+1) + P_n(k+2) + \dots + P_n(n)$;

в) $P_n(k) + P_n(k+1) + \dots + P_n(n)$;

г) $P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(k)$.

Пример.

В урне 30 белых и 15 черных шаров. Вынули подряд 5 шаров, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Какова вероятность того, что из 5 вынутых шаров окажется 3 белых.

Решение.

Вероятность извлечения белого шара $p=\frac{30}{45}=\frac{2}{3}$, можно посчитать одной и той же во всех 5 испытаниях. Тогда вероятность не появления белого шара равна $q=1-p=\frac{1}{3}$

Используя формулу Бернулли получаем:

$$P_{3,5}=C_5^3p^3q^2=\frac{5\cdot 4}{1\cdot 2}\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{20}{2}\cdot\frac{8}{27}\cdot\frac{1}{9}=\frac{80}{243}.$$

Ответ: $\frac{80}{243}$.

Пример.

Монету подбрасывают восемь раз. Какова вероятность того, что шесть раз она упадет гербом вверх?

Решение.

Имеем схему испытаний Бернулли. Вероятность появления герба в одном испытании $p=\frac{1}{2}$; $q=\frac{1}{2}$, тогда

$$P_8(6)=C_8^6p^6q^2=\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{6!}\cdot\frac{1}{2^8}=\frac{7}{2^6}=0{,}109.$$

Ответ: 0,109.

Одним из важнейших понятий теории вероятностей (наряду со случайным событием и вероятностью) является понятие **случайной величины**.

Под случайной величиной понимают величину, которая в результате опыта принимает то или иное значение, причем неизвестно заранее, какое именно. Примерами случайной величины могут служить: 1) X — число очков, появляющихся при бросании игральной кости; 2) Y — число выстрелов до первого попадания в цель; 3) Z — время безотказной работы прибора и т.п. Случайная величина, принимающая конечное или счетное множество значений, называется **дискретной**. Если же множество возможных значений случайной величины несчетно, то такая величина называется **непрерывной**.

То есть дискретная случайная величина принимает отдельные изолированные друг от друга значения, а непрерывная случайная величина может принимать любые значения из некоторого промежутка (например, значения на отрезке, на всей числовой прямой и т.д.). Случайные величины X и Y (примеры 1) и 2)) являются дискретными. Случайная величина Z (пример 3)) является непрерывной: ее возможные значения принадлежат промежутку [0, t), где $t > 0$, правая граница не определена. Отметим, что рассматриваются также случайные величины смешанного типа.

Дадим теперь строгое определение случайной величины, исходя из теоретико-множественной трактовки основных понятий теории вероятностей.

Случайной величиной X называется числовая функция, определенная на пространстве элементарных событий П, которая каждому элементарному событию w ставит в соответствие число X(w), т.е. X = X(w). Пример. Опыт состоит в бросании монеты 2 раза. Можно рассмотреть случайное событие – появление герба и случайную величину X — число появлений герба.

Основными характеристиками случайной величины являются характеристики положения (математическое ожидание, мода, медиана) и характеристики рассеивания (дисперсия, среднеквадратичное отклонение) .

Математическое ожидание вычисляется по формуле M[X]=Σxipi и характеризует среднее значение случайной величины.

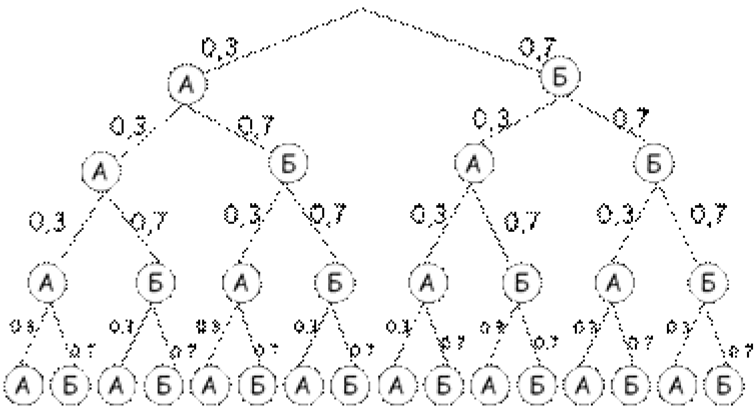
Мода (M0) – это такое значение случайной величины, для которого соответствующее значение вероятности максимально.

Медианой дискретной случайной величины (Me) называется такое значение xk в ряду возможных значений случайной величины, которые она принимает с определенными значениями вероятностей, что приблизительно равновероятно закончится ли процесс до xk или продолжится после него.

Дисперсией (рассеянием) дискретной случайной величины называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания: $D[X]=M(X-M[X])^2 = M[X^2]-M^2[X]$.

Среднеквадратическим отклонением случайной величины X называют положительное значение квадратного корня из дисперсии: $\sigma[X]=\sqrt{D[X]}$ $\sqrt{D[X]}$.

Задачи, связанные с понятиями случайного события и случайной величины, эффективно рассматривать через графическую иллюстрацию с применением вероятностного графа, на ребрах которого надписаны соответствующие значения вероятностей .

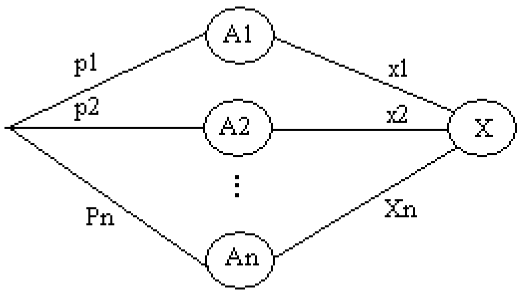


Ответ: пропорционально вероятности выигрыша.

Любое правило (таблица, функция, график),

X	x1	x2	.....	xn	.....
P	p1	p2	.....	pn	.....

позволяющее находить вероятности произвольных событий, в частности, указывающее вероятности отдельных значений случайной величины или множества этих значений, называется законом распределения случайной величины (или просто: распределением). Про случайную величину говорят, что «она подчиняется данному закону распределения» – соотношению, устанавливающему связь между



возможными значениями случайной величины и соответствующими вероятностями. Закон распределения дискретной случайной величины обычно задается в виде таблицы, где в верхней строке записаны значения случайной величины, а в нижней – под каждым x_i – соответствующие вероятности р.

6.2 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

Разбор задачи 8. К новому учебному году в школе с номером N решили обновить парты. Подрядчик предложил половину парт купить на заводе Вавилон, а вторую половину на заводе Оазис. Завод Вавилон выпускает 98% качественных парт, а завод Оазис - 96%. Какова вероятность, что 1 сентября Матвею достанется испорченная парта?

1) 0,3 2) 0,97 3) 0,9 4) 0,03

Решение.

1. Способ (по формуле)

Пусть событие А – Матвею досталась испорченная парта. Сформулируем гипотезы:

H_1 – парта куплена на заводе Вавилон;

H_2 – парта куплена на заводе Оазис;

$P(H_1) = \frac{1}{2}$; $P(H_2) = \frac{1}{2}$; $\sum P(H_i) = 1$

$P(A|H_1) = \frac{1-98}{100} = 0{,}02$; $P(A|H_2) = \frac{1-96}{100} = 0{,}04$,

по формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1)\,P(A|H_1) + P(H_2)\,P(A|H_2) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{100} + \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{100} = 0{,}03.$$

2. Способ (построить схему)

Матвею досталась испорченная парта

или

парта куплена на заводе Вавилон | парта куплена на заводе Оазис

$P(H_1) = \frac{1}{2}$ | $P(H_2) = \frac{1}{2}$

и	и
она испорченна	она испорченна
$P(A|H_1) = 0{,}02$	$P(A|H_2) = 0{,}04$

$$P(A) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{100} + \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{100} = 0{,}03.$$

6.3 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ к разделу 1.1 Числа и выражения (***задача 10***).

Признак делимости — правило, позволяющее сравнительно быстро определить, является ли число кратным заранее заданному без необходимости выполнять фактическое деление. Как правило, основано на действиях с частью цифр из записи числа в позиционной системе счисления (обычно десятичной).

Существуют несколько простых правил, позволяющих найти малые делители числа в десятичной системе счисления:

Признак делимости на 2

Число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2, то есть является чётной.

Признак делимости на 3

Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3 (так как все числа вида 10n при делении на 3 дают в остатке единицу).

Признак делимости на 4

Число делится на 4 тогда и только тогда, когда число из двух последних его цифр (оно может быть двузначным, однозначным или нулём) делится на 4.

Признак делимости на 5

Число делится на 5 тогда и только тогда, когда последняя цифра делится на 5 (то есть равна 0 или 5).

Признак делимости на 6

Число делится на 6 тогда и только тогда, когда оно делится и на 2, и на 3.

Признак делимости на 7

Число делится на 7 тогда и только тогда, когда результат вычитания удвоенной последней цифры из этого числа без последней цифры делится на 7 (например, 364 делится на 7, так как 36 — (2 × 4) = 28 делится на 7).

Признак делимости на 8

Число делится на 8 тогда и только тогда, когда три его последние цифры — нули или образуют число, которое делится на 8.

Признак делимости на 9

Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

Признак делимости на 10

Число делится на 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается на ноль.

Признак делимости на 11

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда сумма цифр с чередующимися знаками равна 0 или делится на 11 (то есть 182 919 делится на 11, так как 1 — 8 + 2 — 9 + 1 — 9 = −22 делится на 11) — следствие факта, что все числа вида 10n при делении на 11 дают в остатке (-1)n.

Признак делимости на 12

Число делится на 12 тогда и только тогда, когда оно делится на 3 и на 4.

Признак делимости на 13

Число делится на 13 тогда и только тогда, когда число его десятков, сложенное с учетверённым числом единиц, кратно 13 (например, 845 делится на 13, так как 84 + (4 × 5) = 104 делится на 13).

Признак делимости на 14

Число делится на 14 тогда и только тогда, когда оно делится на 2 и на 7.

Признак делимости на 15

Число делится на 15 тогда и только тогда, когда оно делится на 3 и на 5

Признак делимости на 17

Число делится на 17 тогда и только тогда, когда число его десятков, сложенное с увеличенным в 12 раз числом единиц, кратно 17 (например, 29053→2905+36=2941→294+12=306→30+72=102→10+24=34. Поскольку 34 делится на 17, то и 29053 делится на 17). Признак не всегда удобен, но имеет определенное значение в математике. Есть способ немного проще — число делится на 17 тогда и только тогда, когда разность между числом его десятков и упятерённым числом единиц кратна 17 (например, 32952→3295-10=3285→328-25=303→30-15=15; поскольку 15 не делится на 17, то и 32952 не делится на 17)

Признак делимости на 19

Число делится на 19 тогда и только тогда, когда число его десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, кратно 19 (например, 646 делится на 19, так как 64 + (6 × 2) = 76 делится на 19).

Признак делимости на 23

Число делится на 23 тогда и только тогда, когда число его сотен, сложенное с утроенным числом десятков и единиц, кратно 23 (например, 28842 делится на 23, так как 288 + (3 * 42) = 414; продолжаем: 4 + (3 * 14) = 46 — очевидно, делится на 23).

Признак делимости на 25

Число делится на 25 тогда и только тогда, когда две его последние цифры делятся на 25 (то есть образуют 00, 25, 50 или 75).

Признак делимости на 99

Разобьем число на группы по 2 цифры справа налево (в самой левой группе может быть одна цифра) и найдем сумму этих групп, считая их двузначными числами. Эта сумма делится на 99 тогда и только тогда, когда само число делится на 99.

Признак делимости на 101

Разобьем число на группы по 2 цифры справа налево (в самой левой группе может быть одна цифра) и найдем сумму этих групп с переменными знаками, считая их двузначными числами. Эта сумма делится на 101 тогда и только тогда, когда само число делится на 101. Например, 590547 делится на 101, так как 59-05+47=101 делится на 101).

Арифметическая прогрессия

Определение: арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.

Рассмотрим последовательность (a_n), каждый член которой, начиная со второго равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом а, называемым разностью прогрессии. Чтобы найти разность арифметической прогрессии нужно из второго члена вычесть первый:

$$d=a_2—a_1 .$$

Также для нахождения разности верно неравенство:

$$d = a_{n+1} - a_n$$

для любого натурального числа n характерна рекуррентная формула:

$$a_{n+1} = a_n + d$$

где d — некоторое число.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n, \quad S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$$

Геометрическая прогрессия

Определение: Последовательность, у которой задан первый член $b_1 \neq 0$, а каждый следующий равен предыдущему, умноженному на одно и то же число $q \neq 0$, называется геометрической прогрессией:

$b_{n+1} = b_n q$, где q – знаменатель прогрессии.

$$b_n = b_1 q^{n-1} \qquad b_n = b_k q^{n-k}$$

$$b_n^2 = b_{n-1} b_{n+1} \qquad b_n b_m = b_k b_l, \text{ если } n + m = k + l$$

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, \; S = \frac{b_1}{1-q}$$

6.4 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

Разбор задачи 10. В пункт ПВЗ Wildberries для магазина одежды и обуви Lady Style доставлен груз: 11 коробок с одеждой весом по 7 кг каждая и 80 коробок с обувью весом по 2 кг каждая. Магазин запросил доставку курьером. Сколько поездок должен совершить курьер, если за раз он может взять не больше 10 кг?

Решение:

За один раз курьер не сможет увезти более 1-ой коробки с одеждой весом 7 кг. Поэтому, как минимум, потребуется 11 поездок.

Далее, в каждой из 11 указанных выше поездок курьер не можем взять дополнительно более одной коробки с обувью весом 2 кг, поэтому после 11 поездок, остается для доставки как минимум 69 коробок с обувью весом по 2 кг. Тогда для перевозки оставшихся коробок необходимо совершить 13 поездок по 5 коробок с обувью и 1 поездку с 4-мя.

Курьер должен совершить 25 поездок.

Ответ: 25.

6.5 Типовые ошибки в решении задачи по математике:

При решении задачи возможно возникновение ряда характерных ошибок:

1) неверно понято условие задачи;

2) выбран неверный ход решения;

3) ошибка при выборе варианта ответа.

При решении второй задачи возможно возникновение ряда характерных ошибок:

1) неверно понято условие задачи;

2) неверно составлена логическая цепочка;

3) решение усложнено.

Для недопущения подобных ошибок рекомендуется быть внимательным и знать базовые правила выполнения действий и несколько раз прочитать условие задачи.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В методических рекомендациях для выполнения конкурсных заданий по для теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» в номинации «Кадетский класс» по единому направлению рассмотрен теоретический минимум для решения конкурсных задач по физике, информатике и математике.